3) $h(x) = \cos(\sin x)$

$h'(x) = \cos x \,.\, \cos'(\sin x) = -\cos x \,.\, \sin(\sin x)$

le signe de $h'(x)$ est celui de $(-\cos x)$

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
$h'(x)$		-	0	+	
$h(x)$	1	↘	$\cos 1$	↗	1

EXERCICE№20

$$f(x) = \begin{cases} 4\sqrt{x+1} & si \;\; x \geq 3 \\ x^2 - 5x + c & si \;\; x < 3 \end{cases}$$

1) – a) $f(3) = 8$

f est continue à gauche en 3 si et seulement si : $\lim\limits_{x \to 3^-} (x^2 - 5x + c) = f(3)$

$\Leftrightarrow -6 + c = 8 \Leftrightarrow c = 14$ d'où : $f(x) = \begin{cases} 4\sqrt{x+1} & si \;\; x \geq 3 \\ x^2 - 5x + 14 & si \;\; x < 3 \end{cases}$

b) f est dérivable sur chacun des intervalles $]-\infty,3[$ et $]3,+\infty[$

* dérivabilité en 3 :

$$* \lim_{x \to 3^-} \frac{f(x)-f(3)}{x-3} = \lim_{x \to 3^-} \frac{x^2-5x+6}{x-3} = \lim_{x \to 3^-} \frac{(x-3)(x-2)}{x-3} = \lim_{x \to 3^-} (x-2) = 1$$

D'où : f est dérivable à gauche en 3 et $f_g'(3) = 1$

$$* \lim_{x \to 3^+} \frac{f(x)-f(3)}{x-3} = \lim_{x \to 3^+} \frac{4\sqrt{x+1}-8}{x-3} = \lim_{x \to 3^+} \frac{4(\sqrt{x+1}-2)}{x-3}$$

$$= \lim_{x \to 3^+} \frac{4[(x+1)-4]}{(x-3)[(\sqrt{x+1})+2]} = \lim_{x \to 3^+} \frac{4}{\sqrt{x+1}+2} = 1$$

D'où : f est dérivable à droite en 3 et $f_d'(3) = 1 = f_g'(3)$

D'où : f est dérivable en 3 ;

conclusion : f est dérivable sur IR

c) $f'(x) = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x+1}} & si \;\; x \geq 3 \\ 2x - 5 & si \;\; x < 3 \end{cases}$

2) * pour $x \in]3,+\infty[$; $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x+1}}$

* pour $x \in]-\infty,3[$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\frac{31}{4}$	↗	$+\infty$

Qarray.tn-Acra Blech- Qarray.tn